

**I Vocabulaire des expressions algébriques**

**Exercices 1 :** Parmi les expressions algébriques suivantes, lesquelles sont des sommes et lesquelles sont des produits ?

$$A=3x(2x+1) \quad B=(x-7)^2 \quad C=7x+x(x-6) \quad D=(4x+5)(7x-1)+(8x+1)(x-1)$$

$$E=(2-6x)^2-1 \quad F=(9x-1)(5+3x)(5x-6)$$

**Exercice 2 :** Écrire l'expression algébrique correspondant à chacune des phrases suivantes.

- 1) La somme de  $x$  et du produit de  $x$  par  $y$ .
- 2) Le carré de la différence de  $x$  et de 3.
- 3) Le quotient du carré de  $x$  par le produit de 3 et du carré de  $y$ .
- 4) La différence du produit de  $x$  par  $y$  et de la somme de 3 et du triple de  $x$ .

**Exercice 3 :** Soit  $x$  un nombre réel différent de -1. Écrire l'expression algébrique correspondant à chacune des phrases suivantes.

- 1) Le carré de la somme de  $x$  et de 1.
- 2) L'inverse de l'expression 1).
- 3) La somme de l'expression 2) et du double du carré de  $x$ .

**Exercice 4 :** Exprimer chacune des expressions algébriques suivante par une phrase en utilisant les mots suivants : carré, cube, double, triple, inverse, somme, différence, produit, quotient.

$$A=\frac{1}{x+3} \quad B=3x^2+2y^2 \quad C=\left(\frac{1}{x-1}+2\right)^3 \quad D=xy-\frac{x}{y}$$

**II Développer et factoriser**

**Exercice 1 :** Développer et réduire :

a)  $(7x+1)^2$  b)  $(x-3)^2$  c)  $\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{4}a\right)^2$  d)  $(-3-2x)^2$

e)  $(5x-4)^2$  f)  $\left(\frac{1}{2}x-4\right)^2$  g)  $(3x+1)(3x-1)$  h)  $4\left(\frac{1}{2}y-1\right)\left(\frac{1}{2}y+1\right)$

i)  $(2x)\times(3x)$  j)  $(2+x)(3x)$  k)  $(2+x)(3+x)$  l)  $(4x)^2$

m)  $2\left(x+\frac{1}{2}\right)-3(x+1)$  n)  $(x+2)(x^2-1)$  o)  $(x\sqrt{2}-4)^2$

p)  $(3(2t-1))^2$  q)  $(2y-1)^2(y+2)$  r)  $\left(\frac{1}{2}t+4\right)^2-4\left(t+\frac{1}{4}\right)^2$

**Exercice 2 :** Développer, puis réduire, l'expression de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x)=\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2-(2x-1)(2x+1)$

**Exercice 3 :**

- 1) Développer  $(x+y)^2-(x-y)^2$ .
- 2) Sans calculatrice, calculer  $10001^2-9999^2$ .

**Exercice 4 :**

- 1) Développer  $x^2-(x-1)(x+1)$ .
- 2) Sans calculatrice, calculer  $2\,345\,678\,910^2-2\,345\,678\,909\times 2\,345\,678\,911$ .

**Exercice 5 :** Démontrer les égalités suivantes pour tous  $a$  et  $b$  réels.

1)  $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

2)  $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

**Exercice 6 :** Soit  $A=\sqrt{(6-\sqrt{11})}-\sqrt{(6+\sqrt{11})}$ .

- On souhaite trouver une expression plus simple de  $A$ .
- 1) Parmi  $\sqrt{(6-\sqrt{11})}$  et  $\sqrt{(6+\sqrt{11})}$ , lequel est le plus grand ?
  - 2) En déduire le signe de  $A$ .
  - 3) Calculer  $A^2$ .
  - 4) En déduire une valeur simple de  $A$ .

**Exercice 7 :** Factoriser chaque expression en mettant en évidence un facteur commun.

a)  $9a+15$  b)  $3x^2-15x$  c)  $8x-x^2(5x-1)$

d)  $(3x-2)^2-(2x-1)(3x-2)$  e)  $2x(x-1)+3x$

f)  $(x+1)(x+2)+5(x+2)$  g)  $3x^2+9x$  h)  $x^2-6x$

i)  $8x^2-5x$  j)  $3x+4xy$  k)  $3x^2+x$

l)  $(2x+1)^2-(2x+1)(x+3)$  m)  $3x(x-5)-x$  n)  $xy+xz$

o)  $x^2(x+4)-2x(x+4)$  p)  $(x-3)^2-2(x-3)(2x-1)$

q)  $5x^2-6x$  r)  $3xy+x$  s)  $2(x+1)^2-3(x+1)$

**Exercice 8 : « Le coup du 1 »**

$A=(2x+5)^2+(2x+5)(x-4)+2x+5$

a) Hervé doit factoriser  $A$ . Voici ce qu'il écrit :  
 $A=(2x+5)(2x+5+x-4)$   
 $A=(2x+5)(3x+1)$

Tester l'égalité obtenue par Hervé pour  $x=0$ .  
 Que peut-on en conclure ?

b) Pour factoriser  $A$ , on peut penser à écrire :  
 $A=(2x+5)^2+(2x+5)(x-4)+(2x+5)\times 1$ .  
 Factoriser alors correctement  $A$ .

c) Factoriser  $(x+1)^2+x+1$ .

**Exercice 9 : « Le coup du -1 »**

$B=(2x-3)(5x+7)-2x+3$

Il semble qu'il n'y ait pas de facteur commun évident dans l'expression  $B$ . Et pourtant...

a) Recopier et compléter :  $B=(2x-3)(5x+7)-1(\dots)$

b) Factoriser alors  $B$ .

c) Factoriser :  $C=(x-3)^2-x+3$  et  
 $D=(x-4)(3x+2)-3x-2$

**Exercice 10 :** Factoriser en utilisant une identité remarquable

a)  $x^2+16x+64$  b)  $4x^2-20x+25$  c)  $16x^2-1$

d)  $4x^2-25$  e)  $9-x^2$  f)  $(x+2)^2-49$  g)  $(2x+1)^2-(1-x)^2$

**Exercice 11 :** Factoriser les expressions

$$\begin{aligned}
 A &= (8x-3)(8-7x) + (8x-3)(-x-9) & B &= (-4x-1)(3-4x) - (7x+1)(3-4x) & C &= (5x-9)^2 + (5x+10)(5x-9) \\
 D &= (-3x-2)(-2x-2) - (-3x-2)(6x+8) & E &= (-7x-6)(x+5) + (8x-9)(x+5) \\
 F &= 5(5-2x)(x+1) + 5(8x-5)(x+1) & G &= 6(x+1)(3x-2) - 2(2-5x)(x+1) & H &= 16(x-1)^2 - 8(x-1)(x+5) \\
 I &= 49x^2 - 9 & J &= 100x^2 + 100x + 25 & K &= 25x^2 - 90x + 81 & L &= 25x^2 - 70x + 49 & M &= 16x^2 - 49 \\
 N &= 3x^2 + 2\sqrt{3}x + 1 & O &= (3x-1)^2 - 81 & P &= (5x-2)^2 - 16 & Q &= 9 - (2x-4)^2 & R &= (8x-9)^2 - 1 \\
 S &= (3x-4)^2 - (5x-1)^2 & T &= 3x^2 - 1 & U &= (2x-7)^2 - 49 & V &= (3x-3)(2x+7) - (9x^2-9) \\
 W &= 4(1-6x)(7x-2) + 9(x-3)(7x-2) & X &= (5x-8)^2 - (2x+9)^2
 \end{aligned}$$

**Exercice 12 :** Factoriser (éventuellement par étapes)

$$\begin{aligned}
 A &= x^2 - 4 + (x-2)(x+1) & B &= 3x^2 - 12x + 12 & C &= x^2 + 3x + (x+3)^2 & D &= (x+1)(x+2) - (3x+6) \\
 E &= 2x(x+3) + 4x + 12 & F &= (x-3)(3x-4) - 3x + 4 & G &= xy - xz - y(y-z) & H &= -x^2 + 8x - 16 \\
 I &= 7x^2 - 14x & J &= 16x^2 - 81 & K &= 2a^2b - b & L &= 4x^2 - 4x + 1 \\
 M &= 2(x-1)^2 + 3x - 3 & N &= 2x^2 + 8x + 8 & O &= x^2 - 16 + (x-4)^2 & P &= 5x^2 - 125 \\
 Q &= 4x^2 - 12x + 9 & R &= 7x^2 - 28 & S &= (2x-3)^2 - (5x+2)^2 & T &= (x-5)^2 - 2(x-5)(x-3) \\
 U &= 2x^2 + 7x & V &= x^2 + 26x + 169 & W &= (9x^2 - 25) + (6x+10) & X &= x^2 - 4x + 4 - (x-2)(7-x)
 \end{aligned}$$

**Exercice 13 :** On considère l'expression  $A = (x-3)(2x-5) - 3(2x-5)$ .

- 1) Développer et réduire  $A$ .
- 2) Factoriser  $A$ .
- 3) Dans chaque cas, choisir la meilleure écriture pour calculer  $A$  : a)  $x=0$       b)  $x=6$       c)  $x=\sqrt{2}$

**Exercice 14 :** On considère l'expression  $A = (5x-1)(3x+2) + 25x^2 - 1$ .

- 1) Développer et réduire  $A$ .
- 2) Factoriser  $A$ .
- 3) Dans chaque cas, choisir la meilleure écriture pour calculer  $A$  : a)  $x = -\frac{3}{8}$       b)  $x = \frac{1}{2}$       c)  $x = \sqrt{3}$

**Exercice 15 :** Choisir la « bonne forme »

Soit  $f(x) = (x-4)^2 + 2x(x+5) - 17$ .

- 1) Démontrer que pour tout réel  $x$ , on a :  $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$  et  $f(x) = (3x-1)(x+1)$ .
- 2) Quelle est la forme développée de  $f(x)$  ? Quelle est la forme factorisée de  $f(x)$  ?
- 3) Traiter chacune des questions suivantes, en choisissant la forme qui vous semble la mieux adaptée :
  - a) Calculer  $f(0)$
  - b) Résoudre  $f(x) = 0$
  - c) Calculer  $f(-1)$
  - d) Résoudre  $f(x) = -1$

**Exercice 16 :** Soient deux nombres réels  $x$  et  $y$  positifs tels que  $x+y=7$  et  $xy=4$ .

Calculer :  $A = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$        $B = 2x(1-y) + 2y(1-2x)$        $C = (x-y)^2 - (x+y)^2$

**Exercice 17 :** Vrai ou Faux ? L'expression  $(x+1)^2$  est l'expression développée de  $x^2 + 2x + 1$ .

**Exercice 18 :** Soit  $x$  un nombre réel. On donne  $A(x) = x^2 - 4x + 3$ .

- 1) Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a :  $A(x) = (x-2)^2 - 1$ .
- 2) En déduire une forme factorisée de  $A(x)$ .