

I Vocabulaire des expressions algébriques

Exercices 1 : Parmi les expressions algébriques suivantes, lesquelles sont des sommes et lesquelles sont des produits ?

$$A=3x(2x+1) \quad B=(x-7)^2 \quad C=7x+x(x-6) \quad D=(4x+5)(7x-1)+(8x+1)(x-1)$$

$$E=(2-6x)^2-1 \quad F=(9x-1)(5+3x)(5x-6)$$

Exercice 2 : Écrire l'expression algébrique correspondant à chacune des phrases suivantes.

- 1) La somme de x et du produit de x par y .
- 2) Le carré de la différence de x et de 3.
- 3) Le quotient du carré de x par le produit de 3 et du carré de y .
- 4) La différence du produit de x par y et de la somme de 3 et du triple de x .

Exercice 3 : Soit x un nombre réel différent de -1. Écrire l'expression algébrique correspondant à chacune des phrases suivantes.

- 1) Le carré de la somme de x et de 1.
- 2) L'inverse de l'expression 1).
- 3) La somme de l'expression 2) et du double du carré de x .

Exercice 4 : Exprimer chacune des expressions algébriques suivante par une phrase en utilisant les mots suivants : carré, cube, double, triple, inverse, somme, différence, produit, quotient.

$$A=\frac{1}{x+3} \quad B=3x^2+2y^2 \quad C=\left(\frac{1}{x-1}+2\right)^3 \quad D=xy-\frac{x}{y}$$

II Développer et factoriser

Exercice 1 : Développer et réduire :

a) $(7x+1)^2$ b) $(x-3)^2$ c) $\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{4}a\right)^2$ d) $(-3-2x)^2$
 e) $(5x-4)^2$ f) $\left(\frac{1}{2}x-4\right)^2$ g) $(3x+1)(3x-1)$ h) $4\left(\frac{1}{2}y-1\right)\left(\frac{1}{2}y+1\right)$
 i) $(2x)\times(3x)$ j) $(2+x)(3x)$ k) $(2+x)(3+x)$ l) $(4x)^2$
 m) $2\left(x+\frac{1}{2}\right)-3(x+1)$ n) $(x+2)(x^2-1)$ o) $(x\sqrt{2}-4)^2$
 p) $(3(2t-1))^2$ q) $(2y-1)^2(y+2)$ r) $\left(\frac{1}{2}t+4\right)^2-4\left(t+\frac{1}{4}\right)^2$

Exercice 2 : Développer, puis réduire, l'expression de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x)=\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2-(2x-1)(2x+1)$

Exercice 3 :

- 1) Développer $(x+y)^2-(x-y)^2$.
- 2) Sans calculatrice, calculer 10001^2-9999^2 .

Exercice 4 :

- 1) Développer $x^2-(x-1)(x+1)$.
- 2) Sans calculatrice, calculer $2\,345\,678\,910^2-2\,345\,678\,909\times 2\,345\,678\,911$.

Exercice 5 : Démontrer les égalités suivantes pour tous a et b réels.

1) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
 2) $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

Exercice 6 : Soit $A=\sqrt{(6-\sqrt{11})}-\sqrt{(6+\sqrt{11})}$.

- On souhaite trouver une expression plus simple de A .
- 1) Parmi $\sqrt{(6-\sqrt{11})}$ et $\sqrt{(6+\sqrt{11})}$, lequel est le plus grand ?
 - 2) En déduire le signe de A .
 - 3) Calculer A^2 .
 - 4) En déduire une valeur simple de A .

Exercice 7 : Factoriser chaque expression en mettant en évidence un facteur commun.

a) $9a+15$ b) $3x^2-15x$ c) $8x-x^2(5x-1)$
 d) $(3x-2)^2-(2x-1)(3x-2)$ e) $2x(x-1)+3x$
 f) $(x+1)(x+2)+5(x+2)$ g) $3x^2+9x$ h) x^2-6x
 i) $8x^2-5x$ j) $3x+4xy$ k) $3x^2+x$
 l) $(2x+1)^2-(2x+1)(x+3)$ m) $3x(x-5)-x$ n) $xy+xz$
 o) $x^2(x+4)-2x(x+4)$ p) $(x-3)^2-2(x-3)(2x-1)$
 q) $5x^2-6x$ r) $3xy+x$ s) $2(x+1)^2-3(x+1)$

Exercice 8 : « Le coup du 1 »

$A=(2x+5)^2+(2x+5)(x-4)+2x+5$
 a) Hervé doit factoriser A . Voici ce qu'il écrit :
 $A=(2x+5)(2x+5+x-4)$
 $A=(2x+5)(3x+1)$
 Tester l'égalité obtenue par Hervé pour $x=0$.
 Que peut-on en conclure ?
 b) Pour factoriser A , on peut penser à écrire :
 $A=(2x+5)^2+(2x+5)(x-4)+(2x+5)\times 1$.
 Factoriser alors correctement A .
 c) Factoriser $(x+1)^2+x+1$.

Exercice 9 : « Le coup du -1 »

$B=(2x-3)(5x+7)-2x+3$
 Il semble qu'il n'y ait pas de facteur commun évident dans l'expression B . Et pourtant...
 a) Recopier et compléter : $B=(2x-3)(5x+7)-1(\dots)$
 b) Factoriser alors B .
 c) Factoriser : $C=(x-3)^2-x+3$ et $D=(x-4)(3x+2)-3x-2$

Exercice 10 : Factoriser en utilisant une identité remarquable

a) $x^2+16x+64$ b) $4x^2-20x+25$ c) $16x^2-1$
 d) $4x^2-25$ e) $9-x^2$ f) $(x+2)^2-49$ g) $(2x+1)^2-(1-x)^2$

Exercice 11 : Factoriser les expressions

$$\begin{aligned}
 A &= (8x-3)(8-7x) + (8x-3)(-x-9) & B &= (-4x-1)(3-4x) - (7x+1)(3-4x) & C &= (5x-9)^2 + (5x+10)(5x-9) \\
 D &= (-3x-2)(-2x-2) - (-3x-2)(6x+8) & E &= (-7x-6)(x+5) + (8x-9)(x+5) \\
 F &= 5(5-2x)(x+1) + 5(8x-5)(x+1) & G &= 6(x+1)(3x-2) - 2(2-5x)(x+1) & H &= 16(x-1)^2 - 8(x-1)(x+5) \\
 I &= 49x^2 - 9 & J &= 100x^2 + 100x + 25 & K &= 25x^2 - 90x + 81 & L &= 25x^2 - 70x + 49 & M &= 16x^2 - 49 \\
 N &= 3x^2 + 2\sqrt{3}x + 1 & O &= (3x-1)^2 - 81 & P &= (5x-2)^2 - 16 & Q &= 9 - (2x-4)^2 & R &= (8x-9)^2 - 1 \\
 S &= (3x-4)^2 - (5x-1)^2 & T &= 3x^2 - 1 & U &= (2x-7)^2 - 49 & V &= (3x-3)(2x+7) - (9x^2-9) \\
 W &= 4(1-6x)(7x-2) + 9(x-3)(7x-2) & X &= (5x-8)^2 - (2x+9)^2
 \end{aligned}$$

Exercice 12 : Factoriser (éventuellement par étapes)

$$\begin{aligned}
 A &= x^2 - 4 + (x-2)(x+1) & B &= 3x^2 - 12x + 12 & C &= x^2 + 3x + (x+3)^2 & D &= (x+1)(x+2) - (3x+6) \\
 E &= 2x(x+3) + 4x + 12 & F &= (x-3)(3x-4) - 3x + 4 & G &= xy - xz - y(y-z) & H &= -x^2 + 8x - 16 \\
 I &= 7x^2 - 14x & J &= 16x^2 - 81 & K &= 2a^2b - b & L &= 4x^2 - 4x + 1 \\
 M &= 2(x-1)^2 + 3x - 3 & N &= 2x^2 + 8x + 8 & O &= x^2 - 16 + (x-4)^2 & P &= 5x^2 - 125 \\
 Q &= 4x^2 - 12x + 9 & R &= 7x^2 - 28 & S &= (2x-3)^2 - (5x+2)^2 & T &= (x-5)^2 - 2(x-5)(x-3) \\
 U &= 2x^2 + 7x & V &= x^2 + 26x + 169 & W &= (9x^2 - 25) + (6x+10) & X &= x^2 - 4x + 4 - (x-2)(7-x)
 \end{aligned}$$

Exercice 13 : On considère l'expression $A = (x-3)(2x-5) - 3(2x-5)$.

- 1) Développer et réduire A .
- 2) Factoriser A .
- 3) Dans chaque cas, choisir la meilleure écriture pour calculer A : a) $x=0$ b) $x=6$ c) $x=\sqrt{2}$

Exercice 14 : On considère l'expression $A = (5x-1)(3x+2) + 25x^2 - 1$.

- 1) Développer et réduire A .
- 2) Factoriser A .
- 3) Dans chaque cas, choisir la meilleure écriture pour calculer A : a) $x = -\frac{3}{8}$ b) $x = \frac{1}{2}$ c) $x = \sqrt{3}$

Exercice 15 : Choisir la « bonne forme »

Soit $f(x) = (x-4)^2 + 2x(x+5) - 17$.

- 1) Démontrer que pour tout réel x , on a : $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$ et $f(x) = (3x-1)(x+1)$.
- 2) Quelle est la forme développée de $f(x)$? Quelle est la forme factorisée de $f(x)$?
- 3) Traiter chacune des questions suivantes, en choisissant la forme qui vous semble la mieux adaptée :
 - a) Calculer $f(0)$
 - b) Résoudre $f(x) = 0$
 - c) Calculer $f(-1)$
 - d) Résoudre $f(x) = -1$

Exercice 16 : Soient deux nombres réels x et y positifs tels que $x+y=7$ et $xy=4$.

Calculer : $A = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$ $B = 2x(1-y) + 2y(1-2x)$ $C = (x-y)^2 - (x+y)^2$

Exercice 17 : Vrai ou Faux ? L'expression $(x+1)^2$ est l'expression développée de $x^2 + 2x + 1$.

Exercice 18 : Soit x un nombre réel. On donne $A(x) = x^2 - 4x + 3$.

- 1) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $A(x) = (x-2)^2 - 1$.
- 2) En déduire une forme factorisée de $A(x)$.